2	1.65	2	1.25	1.65

ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 2º Parcial
Fecha examen: 06-JUL-2018 / Fecha notas: 11-JUL-2018

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas[1]
Completar:	274	Brandwein Eric	319/16	7
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:	8.55	ocho con 55/100	Alejandro	

1. Determinar para qué valores de n, p, q y h los siguientes grafos tienen camino hamiltoniano. Justificar. c/u 0.5 p.
   (a) K_n
   (b) W_n (ciclo simple de $n \geq 3$ vértices con un vértice universal agregado)
   (c) $K_{p,q}$
   (d) árbol binario completo de altura $h \geq 0$

2. Un grafo se dice d-regular si y sólo si todos sus vértices tienen grado d.
   (a) Determinar todos los n para los cuales existe al menos un grafo planar 3-regular de n vértices. Justificar. 1 p.
   (b) Exhibir todos los grafos no isomorfos planares 3-regulares de $n \leq 6$ vértices. Justificar. 1 p.

3. Demostrar que $\Pi_1 \in$ NP-completo usando una reducción polinomial y que $\Pi_2 \in$ NP-completo. 2 p.

   Π_1: SUBGRAFO ISOMORFO
   Entrada: grafo G; grafo H.
   Pregunta: ¿tiene G un subgrafo isomorfo a H? (El subgrafo puede no ser inducido.)

   Π_2: CLIQUE MÁXIMA
   Entrada: grafo G de n vértices; $k \in \mathbb{Z}$ tal que $1 \leq k \leq n$.
   Pregunta: ¿tiene G un subgrafo completo de k o más vértices?

4. Cada persona tiene $O(1)$ nombres, cada uno de ellos de largo $O(1)$. Aunque una persona tenga varios nombres, normalmente se elige un solo nombre para referirse a la persona. Si dos personas comparten nombres, es posible elegir el mismo nombre para ambas, lo cual produciría ambigüedad.
   (a) Dado un grupo de p personas junto con la lista de nombres de cada una, diseñar un algoritmo eficiente basado en grafos que elija un nombre de cada persona de manera tal que no haya dos personas para las cuales se elija el mismo nombre. Si tal elección no es posible, el algoritmo debe informarlo. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar. 1.5 p.
   (b) Aplicar el algoritmo al siguiente grupo de $p = 4$ personas: Armando Esteban Quico, Quico Ken Tucky, Ken, Clark Ken. 0.5 p.

5. Dado un grafo $G = (V, E)$ se define su grosor $t(G)$ (en inglés, *thickness*) como la mínima cantidad de grafos planares cuya unión da por resultado G. Formalmente, $t(G)$ es el mínimo $t \in \mathbb{Z}_{>0}$ para el cual existen t conjuntos $E_1, E_2, \ldots E_t$ tales que $E = \cup_{i=1}^{t} E_i$ y $G_i = (V, E_i)$ es planar para $i = 1, 2, \ldots t$.
   (a) Sea $G = (V, E)$ un grafo. Sean M_1 y M_2 dos correspondencias de G. Demostrar que $H = (V, M_1 \cup M_2)$ es planar. 0.75 p.
   (b) Demostrar que si G es subgrafo de G' entonces $t(G) \leq t(G')$. 0.25 p.
   (c) Demostrar que si G es un grafo no planar de n vértices entonces $t(G) \leq \lceil (n-2)/2 \rceil$. 1 p.
   SUGERENCIA: Conseguir una partición en correspondencias de los ejes de $K_n - E(H)$ donde $H = C_{n-2} + 2K_1$ (grafo junta).

NOTA: Propuesto originalmente por Leopoldo Taravilse.

[1] Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.